

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1. Sistem Distribusi dan Transportasi

Sistem merupakan sekumpulan variabel, aktivitas, ataupun elemen yang terintegrasi untuk mencapai suatu tujuan. Maka, sistem distribusi dan transportasi dapat diartikan sebagai suatu pengelolaan pada proses suatu kegiatan pemindahan suatu produk dari suatu lokasi ke lokasi selanjutnya, yang mana pergerakannya dapat membentuk suatu jaringan atau sistem. Sistem distribusi dan transportasi inilah yang berpengaruh besar dalam kemampuan pengiriman produk kepada pelanggan, pada waktu yang tepat, dengan jumlah yang sesuai, serta kondisi produknya yang baik merupakan hal yang penting dari sisi kompetitif suatu perusahaan maupun produknya. Distribusi sendiri secara langsung sangat mempengaruhi biaya *supply chain*, karena itu kegiatan distribusi merupakan salah satu kunci sukses bagi suatu perusahaan. Sedangkan transportasi adalah suatu presentasi awal dari suatu rangkaian *supply chain* sampai kepada pelanggan, yaitu proses perpindahan suatu produk dari satu tempat menuju tempat lainnya.

2.1.1. Sistem Distribusi

Dalam suatu *supply chain*, kegiatan distribusi adalah suatu kegiatan pemindahan produk dari pihak *supplier* kepada konsumen. Sedangkan menurut Tjiptono (2008), dalam aspek saluran pemasaran, distribusi juga dapat diartikan sebagai kegiatan pemasaran yang memiliki tujuan untuk memperlancar dan mempermudah penyaluran produk barang maupun jasa dari produsen kepada konsumen, sehingga penggunaan produk dapat tepat selaras dengan yang dimaksudkan (jenis, harga, jumlah, tempat, dan saat dibutuhkan). Distributor sendiri merupakan perantara yang menyalurkan produk dari perusahaan (*manufacturer*) kepada pengecer (*retailer/agen*). Sesudah perusahaan memproduksi produk, produk tersebut diserahkan (biasanya sekaligus dipasarkan) kepada

suatu distributor. Distributor lah yang akab menyalurkan produk tersebut kepada pengecer atau dijual langsung kepada konsumen.

Adapun permasalahan yang biasanya dihadapi oleh suatu perusahaan dalam proses pendistribusian produk, yakni dalam sisi internal juga eksternalnya. Pada sisi internal, permasalahan bisa diperoleh dari keputusan perusshaan mengenai kegiatan distribusi dan pelayanan, juga mengenai sarana prasarana pada kegiatan distribusi. Sementara pada sisi eksternal, kendala pada distribusi biasanya mengenai cara pendistribusian, tujuan distribusi dan juga konsumen.

2.1.2. Sistem Transportasi

Transportasi merupakan kegiatan pemindahan barang ata penumpang dari satu tempat menuju tempat lainnya. Sedangkan sistem transportasi adalah bentuk keterikatan dan keterkaitan antara penumpang, barang, sarana-prasarana yang berinteraksi dalam rangka perpindahan barang atau penumpang, yang tercakup dalam suatu tatanan, baik secara alami ataupun buatan/rekayasa.

Transportasi merupakan salah satu aspek dalam kegiatan distribusi yang memberikan manfaat secara geografis sebagai penghubung bagi produsen kepada konsumennya. Pada beberapa perusahaan, kegiatan *transport* merupakan kegiatan dengan pengeluaran yang cukup tinggi pada dibandingkan dengan kegiatan lainnya. Sehingga, perusahaan harus jeli dalam menentukan strategi pemilihan alat transportasi yang akan digunakan dalam pendistribusian produknya. Terdapat beragam alternatif jenis transportasi yang dapat digunakan oleh perusahaan, yakni mulai dari transportasi darat, laut dan udara. Perusahaan harus memilih salah satu cara pengangkutan barang sehubungan dengan pendistribusian produknya, oleh sebab itu perusahaan perlu mempertimbangkan:

1. Kecepatan waktu pemindahan dari suatu tempat ke tempat lain.
2. Frekuensi pengiriman terjadwal.
3. Kemampuan menampung kapasitas barang yang bervariasi.

4. Banyaknya tujuan pemberhentian.

2.2. *Vehicle Routing Problem (VRP)*

Kendala penentuan rute pada kendaraan atau yang lebih dikenal dengan *Vehicle Routing Problem (VRP)* pertama kali digagas oleh Dantzig dan Ramser pada tahun 1959 dalam sebuah karya ilmiah yang berjudul *Truck Dispatching Problem*. Karya ilmiah tersebut berkonsentrasi pada kendala penentuan rute kendaraan dalam pengiriman bahan bakar minyak menuju SPBU. Sejak saat itu, penelitian mengenai permasalahan penentuan rute kendaraan terus berkembang seiring dengan semakin bertambahnya permasalahan yang ditemukan dan berkembangnya teknologi.

Permasalahan penentuan rute kendaraan atau yang lebih dikenal dengan *Vehicle Routing Problem (VRP)* menjadi permasalahan utama dalam suatu sistem distribusi dan transportasi. Menurut Laporte, Toth & Vigo (2013) VRP adalah penentuan sejumlah rute kendaraan dengan biaya rendah dimana tiap kali kendaraan berawal dan berakhir di depot, sehingga dapat melayani konsumen-konsumen yang tersebar secara geografis, dengan permintaan yang tidak melebihi kapasitas kendaraan. Terdapat beberapa fungsi tujuan dari sebuah VRP, yaitu:

- Meminimalkan biaya transportasi global, terkait dengan jarak dan biaya tetap yang berhubungan dengan kendaraan.
- Meminimalkan jumlah kendaraan (atau pengemudi) yang dibutuhkan untuk melayani semua pelanggan.
- Menyeimbangkan rute, untuk waktu perjalanan dan muatan kendaraan.
- Meminimalkan penalty akibat *service* yang kurang memuaskan dari pelanggan.

Vehicle Routing Problem (VRP) merupakan bentuk integrasi dari *Travelling Salesman Problem (TSP)*, dimana TSP memiliki batasan yang berupa kapasitas muatan dan waktu tempuh suatu kendaraan. TSP mempunyai fungsi tujuan untuk meminimasi jarak/waktu/biaya tempuh

degan mempertimbangkan batasan yakni *salesman* hanya dapat mengunjungi lokasi pelanggan satu kali. Sementara, VRP terbilang lebih kompleks disbanding dengan TSP, sebab VRP lebih banyak mempertimbangkan faktor-faktor pengambilan keputusan mengenai rute kendaraan dan VRP mempunyai batasan-batasan yang lebih luas sesuai yang terjadi di lapangan. Berikut batasan-batasan VRP:

- a. Tiap lokasi pemberhentian atau lokasi pelanggan memiliki volume barang yang harus diangkut maupun dikirimkan.
- b. Depot mempunyai jenis kendaraan dengan kapasitas angkut heterogen. Batasan kapasitas berupa volume muatan, berat dan keduanya.
- c. Depot hanya memiliki jumlah kendaraan yang terbatas untuk melayani permintaan konsumen.
- d. Depot memberlakukan aturan maksimum waktu tempuh kendaraan untuk melalui satu rute.
- e. Setiap lokasi pengangkutan ataupun pengiriman dapat menerapkan aturan kunjungan (*time windows*), yaitu hanya dapat dikunjungi pada waktu tertentu
- f. Jumlah depot data lebih dari satu.

Menurut Toth dan Vigo (2002), variasi VRP dibagi berdasarkan permasalahan utama menjadi 8 variasi, yakni:

1. *Capacited Vehicle Routing Problem (CVRP)*

Ciri khas dari kendala ini yaitu sistem distribusi yang memiliki satu depot dan memiliki batasan kapasitas kendaraan. CVRP memiliki fungsi tujuan meminimumkan biaya distribusi total. Contoh riil dari kendala ini yaitu distribusi semen pada pabrik mengirimkan semen menuju gudang penyangga setiap hari. Contoh lainnya adalah proses pengumpulan sampah oleh petugas kebersihan wilayah dari satu wilayah ke wilayah lain.

2. *Distance Constrained Vehicle Routing Problem (DCVRP)*

permasalahan ini adalah integrasi dari kendala CVRP, yakni dengan ditambahkannya batasan pada total waktu tempuh di tiap-tiap rute kendaraan. Tujuan utama dari DCVRP ini adalah untuk meminimasi total jarak atau waktu tempuh

3. *Vehicle Routing Problem with Back Hauls (VRPB)*

Kunci dari permasalahan ini yaitu kendala CVRP yang terbagi menjadi 2 macam pelanggan, yakni pelanggan yang memerlukan layanan angkut (*back haul*) dan layanan antar (*line haul*). Yang mana, kendaraan harus sudah memenuhi jadwal pengiriman terlebih dahulu, sebelum melakukan pengangkutan.

4. *Vehicle Routing Problem with Time windows (VRPTW)*

VRP ini mempertimpangkan batasan-batasan dimana pelanggan mempunyai batas waktu kunjungan tertentu.

5. *Vehicle Routing Problem with Pick-up and Delivery (VRPPD)*

VRP yang dimana setiap *costumer* mempunyai satu lokasi penjemputan (*pick-up*) dan satu lokasi pengantaran atau *delivery*. titik *pick-up* bisa sama atau berbeda dengan titik *delivery*.

6. *Split Delivery Vehicle Routing Problem (SDVRP)*

VRP dimana pelanggan dilayani dengan menggunakan kendaraan yang berbeda-beda.

7. *Periodic Vehicle Routing Problem (PVRP)*

VRP yang mana pengiriman dilakukan periode waktu tertentu.

8. *Multiple Depot Vehicle Routing Problem (MDVRP)*

VRP dimana perusahaan/distributor memiliki lebih dari satu depot untuk memenuhi permintaan pelanggan.

Variasi VRP juga dapat terbentuk berdasarkan batasan-batasan yang dipertimbangkan sesuai kondisi yang ada. Kondisi tersebut terdiri dari sejumlah faktor, kendala dan fungsi tujuan. Suprayogi (2003) memberikan beberapa contoh variasi dari VRP, antara lain:

- a. *Vehicle Routing Problem with multiple trips* yaitu suatu kendaraan dapat menyelesaikan banyak rute dalam memenuhi permintaan pelanggan
- b. *Vehicle Routing Problem with time windows* yaitu tiap pelanggan memiliki rentang waktu pelayanan
- c. *Vehicle Routing Problem with split deliveries* yaitu setiap pelanggan dapat dikunjungi lebih dari satu kendaraan.
- d. *Vehicle Routing Problem with multiple products* yaitu pelanggan memiliki permintaan lebih dari 1 jenis produk. Biasanya, VRP jenis ini juga melibatkan kendaraan yang memiliki *multi-compartments*
- e. *Periodic Vehicle Routing Problem* yaitu adanya horizon perencanaan yang berlaku untuk suatu waktu tertentu.
- f. *Vehicle Routing Problem with pick-up & delivery* yakni terdapat sejumlah produk yang perlu dipindahkan dari suatu lokasi penjemputan tertentu menuju lokasi pengiriman lainnya.
- g. *Vehicle Routing Problem with multiple depots* yaitu depot awal untuk melayani pelanggan lebih dari satu.
- h. *Vehicle Routing Problem with heterogeneous fleet of vehicle* yaitu beragam muatan kendaraan antara kendaraan satu dengan kendaraan lain. Tipe dan jumlah kendaraan diketahui.
- i. *Stochastic Vehicle Routing Problem* yaitu VRP yang memiliki unsur acak, misalnya permintaan pelanggan dan waktu perjalanan yang tidak pasti.
- j. *Dynamic Vehicle Routing Problem* yaitu pelanggan baru dapat disisipkan pada perencanaan rute selanjutnya.

2.2.1. Metode Pemecahan Masalah VRP

Masalah mencari solusi yang baik dalam masalah penentuan kendaraan menjadi lebih sulit dengan adanya pembatas-pembatas tambahan dari masalah. *Time Windows*, jumlah kendaraan yang banyak dengan perbedaan kapasitas, total maksimum waktu distribusi yang diizinkan dalam rute,

perbedaan kecepatan dalam zona yang berbeda, rintangan/penghalang dalam perjalanan (sungai, tikungan, tanjakan, persimpangan jalan), dan waktu istirahat bagi pengemudi adalah beberapa hal yang harus dipertimbangkan dalam penentuan/perancangan rute distribusi.

Telah banyak dilakukan penelitian untuk mencari solusi optimal pada permasalahan *vehicle routing problem*. Laporte et al. (1984) dalam Abadi dkk. (2014) menyebutkan agar dapat membentuk solusi VRP, ada dua cara yang ditempuh, yakni menggabungkan rute yang sudah ada dengan memakai kriteria penghematan (*savings criterio*) dan menyisipkan pelanggan secara beruntutan ke dalam rute kendaraan dengan menggunakan kriteria biaya penyisipan (*cost insertion criterio*). Metode kriteria biaya penyisipan menjadi metode yang banyak dipakai untuk menyelesaikan permasalahan rute dan penugasan kendaraan (Campbell dan Savelsbergh (2002) dalam Abadi, dkk. (2014)). Algoritma tersebut dapat memberikan hasil yang optimal berupa sekumpulan rute yang efisien, yakni dengan mencoba berulang kali menyisipkan pelanggan yang belum masuk dalam rute manapun ke dalam bagian sementara dari rute yang terbentuk saat ini.

Mustika (2008) menjelaskan dasar algoritma *insertion* dengan mendefinisikan notasi-notasi yang digunakan terlebih dahulu. contoh, apabila terdapat n -pelanggan dan permintaan pelanggan i dinyatakan dengan q_i , Campbell dan Savelsbergh (2002) membatasi q_i tidak boleh melebihi kapasitas kendaraan (Q), dan tiap kendaraan memiliki jumlah kapasitas yang sama (*homogeneous*). Waktu perjalanan dari pelanggan i ke pelanggan j diformulasikan sebagai t_{ij} dan dapat diasumsikan tidak ada waktu tambahan ketika perjalanan kepada pelanggan. Suatu rute yang terbentuk merupakan perjalanan dari depot menuju beberapa lokasi pelanggan secara beruntutan, lalu kembali ke depot. Sebuah rute dinyatakan dengan $(0, 1, 2, 3, \dots, j, \dots, n + 1)$ dengan 0 dan $n + 1$ menyatakan depot dan kendaraan akan melayani pelanggan i yang sudah menempati posisi j pada rute tersebut. Algoritma *insertion* diartikan sebagai metode untuk menyisipkan pelanggan yang belum masuk dalam rute yaitu

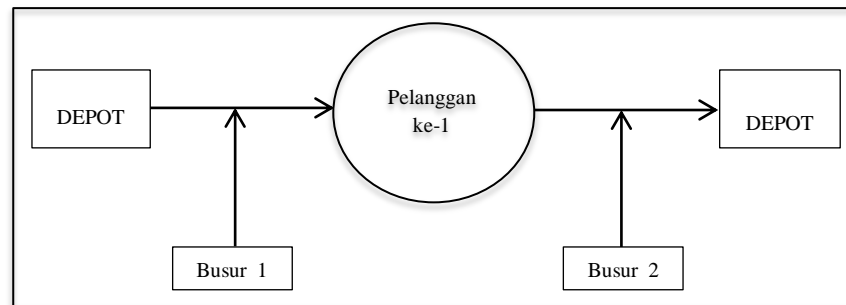
pelanggan i , ke dalam diantara pelanggan $j-1$ dan j pada rute $(0, 1, 2, 3, \dots, j-1, j, \dots, n+1)$.

Dalam permasalahan VRP untuk *Multiple Products*, notasi p digunakan sebagai macam-macam produk dengan syarat setiap pelanggan memiliki permintaan produk yaitu $p_{demands}$. VRP untuk *multiple products* dapat diselesaikan dengan metode *sequential insertion*.

2.2.2. *Sequential Insertion*

Menurut Putri (2016), dalam mendapatkan solusi rute awal, kriteria inisiasi dapat ditinjau berdasarkan cara menentukan *seed customer* atau pelanggan pertama yang akan dilayani atau disisipkan ke dalam rute. Pelanggan yang memiliki jarak tempuh terjauh dan memiliki rentang jam pelayanan lebih awal merupakan kriteria pelanggan yang pertama dimasukkan ke dalam rute. Pelanggan tersebut dapat didefinisikan sebagai *seed customer*, yang mana ketika *seed customer* tersebut telah disisipkan, akan dilakukan penentuan kriteria pelanggan yang akan disisipkan selanjutnya pada algoritma *sequential insertion* dengan mempertimbangkan jarak tempuh dan juga waktu tempuh yang diperlukan untuk sampai ke pelanggan berikutnya.

Prinsip dasar Metode *Sequential Insertion* adalah dengan mencoba menyisipkan pelanggan diantara tiap busur yang ada dalam rute yang sudah terbentuk saat ini. Busur tersebut didefinisikan sebagai lintasan yang menghubungkan suatu lokasi dengan lokasi lainnya secara langsung. Abadi (2014) menjelaskan bahwa metode *Sequential Insertion* adalah cara memecahkan masalah VRP dengan menyisipkan pelanggan diantara urutan pelanggan yang telah dibentuk agar didapatkan hasil yang optimal. Pada gambar 2.1, pelanggan selanjutnya akan dicoba disisipkan pada busur 1 atau busur 2 ke dalam rute yang sudah ada saat ini.



Gambar 2.1 Penyisipan Pelanggan pada Rute Saat Ini

Pelanggan pertama akan disisipkan pada busur penyisipan antara depot. Kelayakan diperiksa dengan memeriksa dan memenuhi semua batasan dan kapasitas muatan kendaraan. Pelanggan dan busur yang memiliki total biaya yang paling sedikit dan jarak terpendek, layak dipilih selanjutnya. Prosedur tersebut akan terus diulang sampai semua pelanggan sudah dilayani dalam suatu rute.

2.2.3. Penyelesaian *Multiple Product Vehicle Routing Problem* dengan *Time Windows* Menggunakan Algoritma *Sequential Insertion*

Penelitian tentang VRP dengan *Time Windows* sebelumnya telah banyak dilakukan, diantaranya oleh Setiawan (2009), dengan menggunakan Algoritma Tabu Search, membahas tentang VRP dengan adanya kendala produk dan rute majemuk. Kemudian Putri (2016), dalam penelitiannya mengangkat topik VRPTW dengan adanya kendala produk dan rute majemuk pada distributor air minum dengan menggunakan penyelesaian algoritma *sequential insertion*. VRP dalam penelitian ini memiliki kendala *multiple products*. Yakni, dalam suatu penugasan kendaraan dapat membawa berbagai macam produk yang dihasilkan oleh perusahaan. Himpunan $P = \{1, 2, 3, \dots, p\}$ mewakili jumlah tipe produk yang dihasilkan. Dalam kegiatan distribusi produk air minum dalam kemasan (AMDK), untuk melayani semua pelanggan oleh satu kendaraan dibutuhkan horizon perencanaan 6 hari. Pada penelitiannya, Arvianto (2014) dsalam Putri (2016) pemecahan masalah VRP dengan

mengembangkan formulasi pada Algoritma *Sequential Insertion*, seperti berikut :

- Indeks :

i : indeks lokasi; $i = 0$ adalah depot, $i = 1, 2, \dots, N$ adalah pelanggan

t : indeks tur, $t = 1, 2, 3, \dots, NT$

r : indeks rute, $r = 1, 2, 3, \dots, NR_{[t]}$

p : indeks produk, $p = 0, 1, \dots, NP$

k : indeks posisi, $k = 1, 2, \dots, NL_{[t,r]}$

z : indeks kendaraan

- Parameter :

N : banyaknya *set* pada pelanggan i

NP : banyaknya jenis produk

$q_{L_{t,z,r,k},p}$: besarnya permintaan produk p oleh pelanggan di posisi k , rute r , tur t , dan kendaraan z (volume)

W_s : waktu *setup* (satuan waktu)

LT : kecepatan *loading* (jumlah produk/satuan waktu)

DT : kecepatan *discharging* (jumlah produk/satuan waktu)

v_z : kecepatan kendaraan z (jarak/satuan waktu)

$\tau_{[L_{t,z,r,k}][L_{t,z,r,k+1}]}$: waktu perjalanan antara lokasi k ke lokasi $k+1$, rute r , tur t , dan kendaraan k (satuan waktu)

$Q_z[p]$: kapasitas kompartemen produk p pada kendaraan z

a_i : waktu mulai dari *time window* untuk lokasi i

b_i : waktu berakhir dari *time window* untuk lokasi i

H : horison perencanaan (satuan waktu)

• Variabel :

NV : jumlah total kendaraan

NT_z : banyaknya tur pada kendaraan z

$NR_{[t,z]}$: banyaknya rute dalam tur t oleh kendaraan z

$NL_{[t,z,r]}$: banyaknya lokasi pada rute r dalam tur t oleh kendaraan z

$L_{t,z,r,k}$: lokasi pada posisi k , rute r dalam tur t oleh kendaraan z

$b_{L_{t,z,r,p}}$: besarnya muatan yang diantarkan didalam rute r , dalam tur t oleh kendaraan z untuk produk p .

$y_{L_{t,z,r,k,p}}$: proporsi pengiriman muatan produk p pada rute r , dalam tur t oleh kendaraan z , dan lokasi k .

$Jm_{[t,z,r,k]}$: saat keberangkatan pada posisi k di tur t oleh kendaraan z , dan rute r (satuan waktu)

W_p : waktu perjalanan (satuan waktu)

$Jt_{L_{[t,z,r,k]}}$: saat tiba yang terjadi pada posisi k di tur t kendaraan z , dan rute r (satuan waktu)

$Wt_{L_{[t,z,r,k]}}$: waktu tunggu pada posisi k di tur t kendaraan z , dan rute r (satuan waktu)

WLT : waktu *loading* (satuan waktu)

WDT : waktu *discharging* (satuan waktu)

$Js_{L_{[t,z,r,NL[t,z,r]]}}$: saat selesai pada posisi $NL[t,r]$ di tur t kendaraan z , dan rute r (satuan waktu)

$CT_{[t,z]}$: waktu penyelesaian tur t oleh kendaraan z (satuan waktu)

TCT : waktu total penyelesaian tur (satuan waktu)

RCT : rentang waktu penyelesaian tur (satuan waktu)

TCD : Ongkos Total Distribusi

C_{SK} : biaya operasional kapal

C_{BB} : biaya bahan bakar per km

C_L : biaya loading unloading produk tiap unit

C_G : upah sopir tiap kunjungan

C_M : biaya akomodasi selama perjalanan

C_R : biaya retribusi jalan tiap kendaraan tiap tur

Fungsi tujuan majemuk pada penelitian ini diupayakan dengan membentuk jumlah beban (*weight sum*) TCT dan RCT, yakni:

$$\text{Min } f(\theta) = \omega_{TCT}TCT(\theta) + \omega_{RCT}RCT(\theta) \quad (1)$$

Dimana, θ adalah set solusi, kemudian tiap beban ω_{TCT} dan ω_{RCT} mewakili beban fungsi tujuan untuk meminimasi waktu total penyelesaian TCT dan meminimasi rentang waktu total penyelesaian tur RCT. Fungsi tersebut dibutuhkan saat mencari kombinasi tur dan rute paling optimal yang dapat terbentuk dari algoritma dengan mempertimbangkan keseimbangan kerja yang dinyatakan dengan variabel RCT dan TCT. Fungsi tujuan ini memang belum dapat mewakili keseluruhan biaya yang dihasilkan system, sehingga diketahui adanya fungsi minimasi biaya yang akan membantu dalam penentuan keputusan untuk mengetahui berapa biaya yang dapat terbentuk akibat fungsi minimasi tertimbang sebelumnya, yakni sebagai berikut :

$$\min TCD = \sum_{r=1}^{NR} \sum_{i=0}^N \sum_{j=1}^{N+1} C_{SKZ} N_{Tz} + C_G N_R + \sum_{r=1}^{NR} \sum_{z=1}^Z C_{BB} V_z W p + 3C_M H + 2 \sum_{r=1}^{NR} \sum_{i=0}^N q_i C_L N_R + C_R \quad (2)$$

Kendala VRP di atas, terdiri dari depot tunggal dan beberapa pelanggan yang akan disebut dengan *node*. Masing-masing pelanggan mempunyai permintaan untuk produk tertentu yang diangkut dari depot.

Lokasi depot dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$L_{t,z,r,1} = L_{t,z,r,NL[t,r]} = 0 \quad (3)$$

Sedangkan ntuk lokasi pelanggan dapat diketahui sebagai :

$$L_{t,z,r,k} = i \quad (4)$$

Kemudian, muatan angkut tiap produk pada tiap rute, harus lebih kecil atau sama dengan kapasitas kompartemen. Pada pengiriman, muatan setiap kompartemen kendaraan yang ditugaskan dalam suatu rute dalam tur tidak boleh melebihi kapasitas kompartemen produk p .

$$b_{L_{t,z,r,p}} \leq Q[p] \quad \forall t \in NT; \forall z \in Z; \forall r \in NR; p = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

Jumlah muatan yang angkut oleh kendaraan z dalam tur t , rute r dan produk p tidak boleh lebih atau sama dengan jumlah permintaan pelanggan.

$$b_{L_{t,z,r,p}} \leq \sum_{k=2}^{NL_{t,z,r}-1} q_{L_{t,z,r,k,p}} \quad (6)$$

Waktu penyelesaian rute dinyatakan dengan notasi $CT_{[t,z]}$, yang mencakup waktu perjalanan, waktu *setup*, waktu *discharging* atau *loading*. Yang mana, waktu penyelesaian rute harus kurang dari horison perencanaan yang ada. Waktu totak perencanaan tur (TCT) merupakan penjumlahan dari waktu penyelesaian untuk seluruh tur.

sedangkan waktu perjalanan adalah waktu yang diperlukan tiap kendaraan sejak keberangkatan dari depot menuju pelanggan pertama maupun dari satu pelanggan ke pelanggan lain. Kecepatan kendaraan dan jarak antar lokasi pelanggan digunakan untuk menentukan waktu perjalanan, dimana:

$$W_p = \tau_{[L_{t,z,r,k}], [L_{t,z,r,k+1}]} \quad (7)$$

Waktu *loading* adalah waktu yang diperlukan untuk memasukan muatan produk ke dalam kendaraan saat kendaraan berada di depot. Semakin banyak muatan yang hendak diangkut, maka waktu *loading* akan semakin lama.

$$WLT = \frac{b_{L_{t,z,r,p}}}{LT} \quad (8)$$

Waktu untuk membongkar muatan dari suatu kendaraan (waktu *unloading*) yang dilakukan di lokasi pelanggan.

$$WDT = \frac{b_{L_{t,z,r,p}}}{DT} \quad (9)$$

Keberangkatan kendaraan menuju suatu lokasi pelanggan, adalah sama dengan ketika selesai dari pelayanan di pelanggan sebelumnya, dapat diketahui sebagai berikut :

$$Jm_{L_{[t,z,r,k]}} = Js_{L_{[t,z,r,NL[t,z,r]]}} \quad (10)$$

Waktu tiba pada lokasi pelanggan adalah penjumlahan dari jam keberangkatan kendaraan dengan waktu yang ditempuh kendaraan untuk mencapai tujuan selanjutnya.

$$Jt_{L_{[t,z,r,k]}} = Jm_{L_{[t,z,r,k]}} + W_p \quad (11)$$

Kemudian, akan terbentuk waktu tunggu jika waktu kedatangan kendaraan di suatu lokasi tujuan kurang dari waktu buka pelayanan atau

kedatangan kendaraan mendahului jam buka operasi, waktu tunggu dapat dijabarkan sebagai berikut :

$$Wt_{L_{[t,z,r,k]}} = \begin{cases} b_i - Jt_{L_{[t,z,r,k]}}, & b_i \geq Jt_{L_{[t,z,r,k]}} \\ 0, & b_i < Jt_{L_{[t,z,r,k]}} \end{cases} \quad (12)$$

Waktu penyelesaian tur merupakan penjumlahan dari waktu *setup*, waktu *loading*, waktu *discharging/unloading*, waktu perjalanan dan waktu tunggu.

$$CT_{[t]} = W_s \sum_{r=1}^{NR_{[t,z]}} \sum_{k=1}^{NL_{[t,z,r]}-1} L_{t,z,r,k} + (WDT + WLT) \sum_{r=1}^{NR_{[t,z]}} \sum_{i=1}^n b_{L_{t,z,r,p}} \\ + \sum_{r=1}^{NR_{[t,z]}} \sum_{k=1}^{NL_{[t,z,r]}-1} \tau_{[L_{t,z,r,k}], [L_{t,z,r,k+1}]} + \sum_{r=1}^{NR_{[t,z]}} \sum_{k=1}^{NL_{[t,z,r]}-1} Wt_{L_{[t,z,r,k]}}$$

Berikut adalah langkah-langkah dalam pemecahan VRP menggunakan Algoritma *Sequential Insertion*:

- Langkah 0
Melakukan langkah awal, dimana $N = N$, $NT = 0$, $TCT = 0$, $Z=1$
- Langkah 1
Menetapkan Menetapkan *seed costumer* yakni pelanggan yang mempunyai jarak terjauh darii deppot dan kembali ke depot.
 $t = 1$; $r = 1$; $NTz = NTz + 1$
Menghitung permintaan, waktu perjalanan, jarak tempuh, waktu pelayanan, waktu total penyelesaian tur,
 $NR [tz] = 1$; $NL [t,z,r] = 2$
 $L[t,z,r,1] = L[t,z,r,NL[t,z,r]] = 0$
 $b[t,z,r,p] = 0$, p
 $CT[t,z] = 0$

Memeriksa permintaan pada pelanggan, apabila seluruh pelanggan sudah terpenuhi maka dilanjutkan ke Langkah 9, jika belum maka diteruskan ke Langkah 2.

▪ Langkah 2

Mencoba menyisipkan setiap pelanggan yang masih belum dilayani atau belum masuk di dalam rute saat ini yang paling memungkinkan

Menetapkan:

$$Jm_L[t, z, r, k] = 0; Wp = [L[t, z, r, k], [L[t, z, r, k + 1]]$$

$$Jt_L[t, z, r, k] = 0; Wt_L[t, z, r, k] = 0$$

$$Ws_L[t, z, r, k] = \text{input parameter}$$

$$WLT = \frac{b_{L[t, z, r, p]}}{LT}; WDT = \frac{b_{L[t, z, r, p]}}{DT}$$

$$Js_{L[t, z, r, NL[t, z, r]]} = Jm_{L[t, z, r, k]} + Wp + Jt_{L[t, z, r, k]} + Ws_L + WLT + WDT$$

$$CT[t, z] = Js_{L[t, z, r, NL[t, z, r]]}$$

Jika waktu penyelesaian kurang dari horizon perencanaan, dilanjutkan ke langkah 8.

Jika melebihi, maka selanjutnya menetapkan atau memilih lokasi pelanggan $L[t, z, r, NL[t, z, r]]^*$ yang mempunyai waktu penyelesaian tour terpendek.

Kemudian diteruskan ke langkah 3.

▪ Langkah 3

Apabila jumlah permintaan calon pelanggan yang akan disisipkan adalah kurang dari atau sama dengan sisa muatan kendaraan, maka pelanggan tersebut dapat disisipkan dan ditetapkan sebagai pelanggan yang akan dikunjungi, maka permintaan calon pelanggan tersebut dapat dipenuhi.

lalu menetapkan $N = N - \{i^*\}$

$$L[t, z, r, 1] = L[t, z, r, NL[t, z, r]] = 0$$

$L[t, z, r, NL[t, z, r]] = i^*$, maka permintaan $q[i^*, p]$ telah terpenuhi

$$q[i^*, p] = 0$$

Jika $q[i^*, p] \geq Q[p]$ untuk $\forall p$ (*split delivery*)

Maka permintaan $q[i^*, p]$ belum terpenuhi

$$q[i^*, p] = q[i^*, p] - Q[p]$$

Menetapkan $N = N$ yang baru, lalu dilanjutkan ke langkah 4.

▪ Langkah 4

Jika $\neq \emptyset$, dilanjutkan ke langkah 5. Jika sebaliknya maka dilanjutkan ke langkah 9.

▪ Langkah 5

Menghitung kembali waktu penyelesaian tur (CT), yang mana waktu keberangkatan menuju pelanggan berikutnya samaa dengan waktu penyelesaian pada pelanggan sebelumnya.

Waktu penyelesaian tur (CT) didapatkan pengan menjumlah waktu keberangkatan, waktu tempuh perjalanan, waktu tunggu (jika ada) dan juga waktu pelayanan.

$$Js_{L[t,z,r,NL[t,z,r]]} = Jm_{L[t,z,r,k]} + W_p + Jt_{L[t,z,r,k]} + Wt_{L[t,z,r,k]} + Ws_L + WLT + WDT$$

Kemudian, menghitung ulang waktu penyelesaian tur, jumlah permintaan dan sisa muatan kendaraan.

$$Update \ CT[t, z] = Js_{L[t,z,r,NL[t,z,r]]}$$

Apabila jumlah permintaan calon pelanggan yang akan disisipkan adalah kurang dari atau sama dengan sisa muatan kendaraan, maka pelanggan tersebut dapat disisipkan dan ditetapkan sebagai pelanggan yang akan dikunjungi, maka permintaan calon pelanggan tersebut dapat dipenuhi.

Jika waktu penyelesaian kurang dari horizon perencanaaa, dan jumlah permintaan calon pelanggan yang akan disisipkan adalah kurang dari atau sama dengan sisa muatan kendaraan,

$$CT[t, z] < H \text{ dan } q[i^*, p] \leq Q[p], \text{ dilanjutkan ke langkah 6.}$$

Jika waktu penyelesaian kurang dari horizon perencanaaa, dan jumlah permintaaan melebihi sisa muatan kendaraan,

$CT[t, z] < H$ dan $q[i^*, p] \geq Q[p]$, maka diteruskan ke langkah 7. selanjutnya menetapkan atau memilih lokasi pelanggan yang mempunyai waktu penyelesaian tur terpendek.

Jika waktu penyelesaian melebihi dari horizon perencanaan, $CT[t, z] > H$ maka akan diteruskan ke langkah 8

▪ Langkah 6

Menetapkan pelanggan yang disisipkan $(k^*, k^* + 1)$ yang menghasilkan waktu penyelesaian tur terpendek $CT[t, z]$.

Memeriksa sisa muatan kendaraan, jika permintaan pelanggan yang akan disisipkan kurang dari atau sama dengan sisa muatan kendaraan $q[i^*, p] \leq Q[p]$ maka pelanggan tersebut dapat dilayani atau disisipkan ke dalam rute.

Dilanjutkan ke langkah 4.

▪ Langkah 7

Jika terdapat kondisi dimana waktu penyelesaian tur kurang dari horizon perencanaan, tetapi jumlah permintaan melebihi sisa muatan kendaraan, maka akan dibentuk rute baru

$$r = r + 1$$

$$NR[t, z] = NR[t, z] + 1$$

$$NL[t, z, r] = 2$$

$$L[t, z, r, 1] = L[t, z, r, NL[t, z, r]] = 0$$

$$b[t, z, r, p] = 0, \forall p$$

Dan kembali ke langkh 1.

▪ Langkah 8

Jika terdapat kondisi dimana waktu penyelesaian melebihi horizon perencanaan, maka selanjutnya membentuk tur baru $t = t + 1$

$$r = 1$$

$$NT_z = NT_z + 1$$

$$NR[t, z] = 1$$

$$NL[t, z, r] = 2$$

$$L[t, z, r, 1] = L[t, z, r, NL[t, z, r]] = 0$$

$$b[t, z, r, p] = 0, \forall p$$

$$CT[t, z] = 0$$

Lalu mengulang langkah 1.

▪ Langkah 9

Menetapkan :

$$NV = NT_z$$

Menghitung Waktu Total Penyelesaian Tur (TCT)

$$TCT = \sum_{t=1}^{NT_z} CT_{[t,z]}$$

Menghitung rentang waktu penyelesaian tur (RCT)

$$RCT = \text{Max}\{CT_{[t,z]}\} - \text{Min}\{CT_{[t,z]}\}$$

▪ Langkah 10

Menghitung biaya distribusi total yang didapat dari biaya bahan bakar dan biaya operasional yang dihasilkan pada kegiatan distribusi.

$$f(\theta)^*$$

$$TCD$$

Stop.

Model matematis dan tahapan pengarjaan diatas dipakai oleh Arvianto, dkk (2014) untuk menyelesaikans VRP dengan studi permasalahan dalam pendistribusian bahan bakar minyak menggunakan kapal, sedangkan Putri (2016) untuk menyelesaikan VRPTW dengan studi kasus pendistribusian air minum dalam kemasan.